UEBER DIE

VERFINSTERUNGEN DER SATURNTRABANTEN.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

BEI DER

PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU MÜNCHEN

VORGELEGT

VON

HENRY S. PRITCHETT, A.M.

PROFESSOR DER ASTRONOMIE AN DER WASHINGTON UNIVERSITÄT, ST. LOUIS.

MÜNCHEN 1895.

AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI VON F. STRAUB.

UEBER DIE

VERFINSTERUNGEN DER SATURNTRABANTEN.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

BEI DER

PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT ZU MÜNCHEN

VORGELEGT

VON

HENRY S. PRITCHETT, A.M.

PROFESSOR DER ASTRONOMIE AN DER WASHINGTON UNIVERSITÄT, ST. LOUIS.

MÜNCHEN 1895.

AKADEMISCHE BUCHDRUCKEREI VON F. STRAUB.

Dr. H. Struve hat jüngst in einer interessanten Abhandlung[1]) die Aufmerksamkeit auf den Werth gelenkt, welchen die Beobachtungen der Verfinsterungen der Saturnsatelliten, sowohl für die Berichtigung der Bahnelemente dieser letzteren, wie auch für die Bestimmung des Durchmessers des Planeten selbst, besitzen.

Auf welcher unsicheren Grundlage unsere gegenwärtigen Kenntnisse über die Dimensionen des Saturn-Sphäroids beruhen, und wie gross die systematischen Differenzen der Resultate sind, die die verschiedenen Methoden gegeben haben, wird die folgende Zusammenstellung zeigen. Es sind nur diejenigen Resultate berücksichtigt worden, die sich auf eine grosse Anzahl von Beobachtungen stützen.

In der folgenden Tabelle bedeutet $2a$ die grosse Achse, $2b$ die kleine Achse und $2c$ die Achse des Ringes, in der mittleren Entfernung des Saturn angesetzt.

		Methode	$2a$	$2b$	$2c$
Bessel	1826	Heliometer	17".06	15".39	39".33
Main	1862	„	16.88	15.11	
Main	1848	Doppelbildmikrom.	17.50	15.60	
Kaiser	1862—3	„ „	17.27	15.39	39.72
Kaiser	1865—6	„ „	16.83	15.47	39.47
Struve	1894	Finst. der Sat.	17.50	15.77	
Secchi	1854—6	Fadenmikrometer	17.66		40.89
Meyer	1880	„	17.40	16.18	40.43
Meyer	1881	„	17.77	16.12	40.35
O. Struve	1882	„	17.76		40.16
Hall	1884—7	„	17.72		40.45

1) Mon. Not. June 1894.

Vergleicht man die mittleren Resultate dieser verschiedenen Methoden, so erhält man

Methode	$2a$	$2b$	$2c$
Heliometer	16".96	15".25	39".33
Doppelbildmikrom.	17.20	15.49	39.59
Finst. der Sat.	17.50	15.77	
Fadenmikrometer	17.66	16.15	40.46

Welches dieser Resultate der Wahrheit am nächsten ist, kann man nicht a priori sagen. Jedenfalls ist die Bestimmung durch die Beobachtungen der Satellitenfinsternisse wichtig, indem man durch sie ein Resultat erhält, welches von den systematischen Fehlern der Mikrometerbeobachtungen frei ist.

Bei der Berechnung der Dimensionen des Saturn-Ellipsoids auf Grund der Daten, welche uns durch die Verfinsterungen seiner Satelliten geliefert werden, muss die Kenntniss der Figur des Schatten-Durchschnittes vorausgesetzt werden. Das allgemeine Problem, die Schatten-Oberfläche eines Rotations-Ellipsoids, gebildet durch einen kugelförmigen leuchtenden Körper, zu bestimmen, ist ein sehr complicirtes. Die Gleichung dieser Oberfläche ist bekanntlich vom achten Grade. Für den Fall der Jupitertrabanten hat Laplace in der Mec. Cel. Tome VII dieses Problem behandelt. Das Problem ist weiter von Hall,[1]) Souillard,[2]) und Seeliger[3]) entwickelt worden. Der letztere hat für Berechnung des Durchschnitts der Schattenfigur sehr einfache und bequeme Annäherungsformeln gegeben.

Es dürfte jedoch bei der Genauigkeit der Beobachtungen genügen, den Durchschnitt des Schattens in der Nähe des Planeten als eine Ellipse zu betrachten, deren Halbachsen a und $a\sqrt{1 - \varepsilon \cos^2 B}$ sind. B bezeichnet den Winkel, in welchem die Sonne über der Ebene des Saturn-Aequators steht, und a, b und ε repräsentiren die Halbachsen und die Excentricität des Saturn-Ellipsoids.

---

1) A. N. Band 90.
2) A. N. Band 91.
3) Sitz.-B. der K. Bayer. Ak. Bd. XXIV.

Wir nehmen weiter an, dass

$J =$ dem Winkel zwischen dem Saturn-Aequator und der Bahnebene des Saturns,

$L =$ der Saturnicentrischen Länge der Sonne, gezählt von dem Knoten des Saturn-Aequators,

$J =$ der Neigung der grossen Achse der Schatten-Ellipse gegen die Saturnbahn.

Daher

$$\sin B = \sin L \sin J$$
$$\tan J = \cos L \tan J$$

Nimmt man weiter an, dass der Satellit in dem Augenblick verschwindet, in welchem er in die Schatten-Ellipse tritt und dass x und y die Coordinaten des Satelliten sind, auf den Mittelpunkt und die Achsen der Ellipse bezogen, so folgt die Gleichung

$$x^2 + \frac{y^2}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 B} = (m\,a)^2 = \frac{(m\,b)^2}{1 - c^2}.$$

In dieser Gleichung ist m eine Constante, die durch die Entfernung des Satelliten, die Parallaxe und den scheinbaren Durchmesser der Sonne bedingt ist.

Für Japetus ist $m = 0.9734$; für Titan $m = 0.9907$; für Rhea $m = 0.9960$; für Dione $m = 0.9971$; für Tethys $m = 0.9978$; für Enceladus $m = 0.9983$, und für Mimas $m = 0.9987$.

Die Werthe von x und y, die dem Zeitmomente entsprechen, in welchem der Satellit verschwindet, können direct aus den Bahnelementen berechnet werden. Die Halbachsen a und b sind demnach direct bestimmbar, sobald der approximative Werth von ε (die Excentricität des Ellipsoids) bekannt wird. Der Winkel B ist in jedem Falle klein, und deshalb kann a bei Centralfinsternissen und b bei Finsternissen am Anfang und Ende der Finsterniss-Reihe irgend eines Satelliten beinahe unabhängig von ε berechnet werden.

Zu einer derartigen Bestimmung der Werthe von a und b ist eine ganz genaue Kenntniss der Satellitenbahn erforderlich. Eine Aenderung der Excentricität oder der Neigung der Bahn relativ zu dem Saturn-Aequator kann eine bedeutende Aenderung in den relativen Werthen von x und y bedingen. Für die Epoche 1890—94 haben die vortrefflichen Untersuchungen und Beobachtungen von Dr. Struve die Bahnelemente der Satelliten ganz genau fixirt. In der soeben angedeuteten Weise hat Dr. Struve die Werthe von a und b, wie sie auf der vorhergehenden Seite angegeben werden, bestimmt.

Leider sind bisher nur wenige Beobachtungen von Verfinsterungen angestellt worden, und diese wenigen in der Regel an einer Seite des Schattens. Man kann wohl hoffen, dass mit Hülfe einer bequemen Ephemeride, in Anbetracht der bedeutenden Zahl grosser Refraktoren, die jetzt im Gebrauche sind, systematische Beobachtungen dieser interessanten Verfinsterungen angestellt werden. Ich habe daher eine solche Ephemeride berechnet.

Wegen der starken Neigung der Satellitenbahnen zur Saturnbahn können Verfinsterungen der Satelliten nur stattfinden, wenn die Sonne in der Nähe des Knoten steht. In dem Falle von Japetus ist diese Grenze $3^0.1$, und in dem Falle von Mimas $44^0.4$. Die Länge des Knoten von Japetus ist ungefähr um 22^0 kleiner wie die der anderen Satelliten. Die Sonne wird den Knoten des Japetus im April 1905 erreichen, und ungefähr um die Mitte des Jahres 1907 in den Knoten der übrigen Satelliten stehen. Der erstgenannte Zeitpunkt entspricht somit dem Mittelpunkte der nächsten Reihe der Finsternisse des Japetus, und der zweite dem entsprechenden Datum für die übrigen Satelliten.

In der nächsten Finsterniss-Reihe werden 3 Finsternisse des Japetus, 23 von Titan, 189 von Rhea, 444 von Dione, 811 von Tethys, 1427 von Enceladus und ungefähr 3050 von Mimas stattfinden — zusammen also etwa 5950.

Als Grundlage dieser Berechnung benutze ich die folgenden Werthe der Bahnelemente, die meistens aus den schönen Resultaten von Dr. Struve abgeleitet worden sind.

Japetus.

Die Bahnelemente dieses Satelliten sind in neuerer Zeit von Struve[1]) und Hall[2]) berechnet worden. Ihre Resultate sind die folgenden:

Beobachter	Hall		Struve		Hall	
Epoche	1880 März 17.0 Gr. m. z.		1885 Sept. 1.0 Gr. m. z.		1890 Jan. 0.0 Gr. m. z.	
E	26° 46′ 26.″3		75° 26′.4		54° 29′ 23.″0	
P	353 14 56.5 + 86.″28 t	Eq. 1880.0	354 0 + 7.′9 t	Eq. 1885.55	355 28 54.1	M. Eq. 1890.0
n	142 26 41.4 — 126.00 t		142 12.4 — 1.48 t		142 06 52.7	
i	18 33 39.5 — 10.80 t		18 28.3 — 0.54 t		18 27 0.8	
e	0.027795		0.02836 + 0.000015 t		0.029512	
λ	4.53794773		4.537997			

In den von Hall gegebenen Werthen der säculären Aenderungen der Elemente sind nur die Sonnen-Störungen berücksichtigt worden. Ich habe deswegen die Struve'schen Werthe adoptirt, die die Störungswirkung der Sonne, der Figur des Planeten und des Ringes einschliessen.

Reducirt man mit diesen Werthen der Aenderungen der Elemente und mit Hall's Werth der täglichen Bewegung auf das Equinox 1890.0, Epoche Jan. 0.0 1890, so erhält man die folgenden Elemente:

		E	P	n	i	e
Hall	1880	54° 28′.5	354° 34′.9	142° 11′.9	18° 28′.3	0.02794
Struve	1885	28.6	35.1	5.8	25.9	0.02843
Hall	1890	29.4	355 28.9	6.9	27.0	0.029512

Ich habe als die wahrscheinlichsten Werthe die Mittel dieser drei Bestimmungen genommen und erhielt schliesslich die folgenden definitiven Elemente:

Epoche 1905 Apr. 1.0 Pariser M. Z.

$E = 126° 16′.7$
$P = 356 53$
$n = 141 45.8$ } M. Eq. 1905.0
$i = 18 19.0$
$e = 0.02885$
$\lambda = 4.53794773$

1) Supplement I aux Observations de Pulkova.
2) Orbit of Japetus — Wash. Observations 1882 und A. J. No. 253.

Hyperion.

Die Untersuchungen von Hall,[1]) Newcomb,[2]) Hill[3]), Tisserand[4]) und Stone[5]) über die Störungen von Hyperion durch Titan — der in dem Saturnsystem eine ähnliche Rolle spielt wie Jupiter in dem Sonnensystem — bilden ein interessantes Kapitel der neueren Astronomie. Dr. Eichelberger[6]) hat aus den Washingtoner Beobachtungen zwischen 1875 und 1890 die folgenden Werthe von E, P, e und λ abgeleitet, für die Epoche 1884.0 $+ t$.

$$\left.\begin{aligned} E &= 295^{\circ}92 + 16^{\circ}92006\,t + 9^{\circ}05 \sin\left[48^{\circ}07 + \frac{360^{\circ}}{639.5}\,t\right] \\ P &= 8^{\circ}46 - 18.442\,t + 14.40 \sin \Pi - 1^{\circ}40 \sin 2\,\Pi \end{aligned}\right\} \text{M. Eq. 1884.0}$$

$$\Pi = 263^{\circ}54 + 18.942\,t$$

$$e = 0.1056 + 0.0258 \cos \Pi + 0.0008 \cos 2\,\Pi$$

$$\lambda = 16^{\circ}92006 + 0.08892 \cos\left[48^{\circ}07 + \frac{360^{\circ}}{639.5}\,t\right]$$

Diese Elemente sind auf den Aequator bezogen. In der Formel für E und λ ist t gleich der Zahl der Tage, in der Formel für P und Π der Zahl der Jahre, von 1884.0 gezählt.

Zu einer Bestimmung des Durchmessers des Planeten sind die Finsternisse dieses Satelliten ganz werthlos; wegen seiner geringen Helligkeit werden seine Verfinsterungen wohl kaum beobachtet werden können. Aus diesem Grunde habe ich die Finsternisse dieses Satelliten nicht berechnet.

Titan.

Die folgenden Werthe der Elemente und der säculären Störungen sind von Struve.[7])

Epoche 1885 Sept. 1.0 G. m. z.

$$E = 183^{\circ}\ 34'.39$$

$$P = 272\ \ 48 + 31'.3\,t + 22'.0\ (\sin 2\,g - \sin 2\,g_0)$$

$$n = 167\ \ 45.92 + 0.774\,t + 37.75 \cos (39^{\circ}\,43' + 27'\,t)$$

$$i = 27\ \ 28.32 - 0.006\,t + 17.53 \sin (39\ \ 43 + 27'\,t)$$

$$e = 0.029073$$

$$\lambda = 22^{\circ}.5770116$$

---

1) Mont. Not. 1884.
2) Ast. Papers Am. Ephemeris 1884.
3) Ast. Journal 176.
4) Comtes-Rendues 1886.
5) Annals Math. Vol. III.
6) Ast. Journal No. 259.
7) Supplement I aux Observations de Pulkova und Mon. Not. June 1894.

Epoche April 0.0 1891

$E = 92^0\ 59'.36$
$n = 168\ 19.40$
$i = 27\ 40.46$ } Aeq. 1891.23
$P = 276\ 49$
$e = 0.02857$

Epoche April 0.0 1892

$E = 76^0\ 10'.12$
$n = 168\ 17.92$
$i = 27\ 40.44$ } Aeq. 1892.29
$P = 278\ 0$
$e = 0.02876$

Reducirt man die drei Systeme auf die Epoche und das Aequinoctium Jan. 0.0 1905, so bekommt man

		E	P	n	i	e
Elemente	1885.60	97 16'.50	283 0	168° 25'.98	27° 41'.32	0.02907
	1891.23	19.11	284 2	27.23	41.71	0.02857
	1892.29	18.70	284 38	25.08	41.24	0.02876

Nimmt man die Mittel dieser drei Resultate und reducirt auf die Epoche 1907, Aug. 1.0, Pariser m. Z., so bekommt man schliesslich die folgenden:

Epoche 1907 Aug. 1.0, Pariser m. Z.

$E = 147^0\ 14'.43$
$P = 285\ 15$
$n = 168\ 25.53$ } M. Aeq. 1905.0
$i = 27\ 41.63$
$e = 0.02880$

Rhea.

Die folgenden Bestimmungen der Bahnelemente dieses Satelliten sind von Struve.[1])

Equinox	1885.68		1886.22		1887.21		1888.22		1889.21		1891.23		1892.29	
Epoche	Sept. 1.0		März 22,0		März 20.0		März 23.0		März 17.0		April 0.0		April 0.0	
E	243°	33'.34	140°	50'.6	268°	20'.8	153°	57'.7	322°	43'.5	212°	8'.5	218°	41'.6
P	—	—									325			
n	168	11.6	168	7.1	167	56.3	167	50.0	167	45.2	167	36.1	167	27.7
i	28	18.45	28	19.7	28	22.6	28	23.7	28	22.1	28	22.4	28	21.6
ε	0.000273										0.0009			
λ	79°690096													

1) Supplement I aux Observations de Pulkova; Ast. Nach. 2945; Mont. Not. June 1894.

Struve hat gezeigt, dass in Folge der Anziehungen der ausseren Satelliten die Bahnebenen der inneren eine rasche Bewegung auf dem Aequator des Saturns haben. In Folge dessen haben der Knoten und die Neigung der Bahnebene eine oscillirende Bewegung relativ zu dem Knoten und der Neigung des Aequators. Die Periode dieser Oscillation ist ungefähr 35 Jahre in dem Falle von Rhea, dessen Neigung gegen den Saturn-Aequator bedeutend grösser ist wie die von Dione. Durch eine Vergleichung mit den Bahnbestimmungen zwischen 1832 und 1885 hat Struve die folgenden Formeln für n und i abgeleitet, in welcher t von 1885.7 gezählt wird:

$$n = 167^0\ 59'.5 + 0'.774\,t + 40'.81 \cos\,(72^0\ 48' + 10^0.2\,t)$$
$$i = 28\ \ 0.2 \qquad\qquad + 19.16 \sin\,(72\ \ 48' + 10.2\,t)$$

Wenn man von einer Epoche t auf eine andere t' reduciren will, so kann man etwas bequemer die Formeln so schreiben:

$$n' - n = + 0'.774\,(t' - t) - 81'.62 \sin\left(72^0\ 48' + \frac{t' + t}{2}\,10^0.2\right) \sin\left(\frac{t' - t}{2}\,10^0.2\right)$$

$$i' - i = \qquad\qquad + 38.32 \cos\left(72^0\ 48' + \frac{t' + t}{2}\,10^0.2\right) \sin\left(\frac{t' - t}{2}\,10^0.2\right)$$

Reducirt man auf solche Weise alle diese Bestimmungen auf die Epoche 1905 Jan. 0.0, Equinox 1905.0, so bekommt man:

Elemente	E	P	n	i	e
1885.68	175° 38'.0		168° 14'.3	27° 41'.0	0.00027
1886.22	31.3		12.9	41.8	
1887.21	31.2		8.5	44.3	
1888.22	29.4		8.8	45.6	
1889.21	30.5		10.1	44.8	
1891.23	29.6	106	12.3	48.4	0.0009
1892.29	28.2		8.7	50.2	

Man sieht, dass die Struve'schen Formeln die Beobachtungen ziemlich gut darstellen. Ich nehme die Mittel dieser Resultate an, und reducire auf die Epoche 1907 Juli 1.0 Pariser m. Z. Dann bekomme ich die folgenden definitiven Bahnelemente für Rhea:

Epoche 1907 Juli 1.0, Pariser m. Z.

$E = 132^0\ 20'.1$
$P = 131$
$n = 168\ 28.6$ } Aeq. 1905.0
$i = 27\ 46.3$ }
$e = 0.0006$
$\lambda = 79.690096$

Dione.

Die folgenden Bahnbestimmungen sind von Struve.[1])

Epoche 1885 Sept. 1.0 G. m. Z.			1890 April 0.0.			1891 April 0.0.		
$E =$	$57^0\ 36'.40$		$E =$	$24^0\ 8'.9$		$E =$	$154^0\ 25'.7$	
$P =$	$78\ 30$	} Aeq. 1885.71	$P =$	$190^0 + 30^0\,t$	} Aeq. 1890.24	$P =$		} Aeq. 1891.23
$n =$	$167\ 40$		$n =$	$168\ 1.7$		$n =$	$168\ 8.8$	
$i =$	$27\ 58.57$		$i =$	$28\ 9.4$		$i =$	$28\ 8.6$	
$\varepsilon =$	0.00395		$\varepsilon =$	0.00250				
$\lambda =$	131.534955							

Vergleicht man diese Bestimmungen von n und i mit derjenigen von Newcomb und Hall 1875.3 und Meyer 1881.8, so findet man die folgenden für 1905.0 gültigen Werthe.

	Epoche	n		i	
Newcomb und Hall:	1875.3	168^0	$22'.9$	28^0	$3'.8$
Meyer:	1881.8	168	17.4	28	1.0
Struve:	1885.7	167	56.1	27	58.6
Struve:	1890.2	168	13.9	28	9.3
Struve:	1891.2	168	19.4	28	8.5

Aus dieser Vergleichung kann man schliessen, dass die Neigung der Bahn von Dione gegen den Saturn-Aequator sehr klein ist und durch ihre Bewegung auf dem Aequator nur eine kleine Aenderung der mittleren Bahn eintreten kann. In Folge dessen habe ich die Mittel der Struve'schen Bestimmungen adoptirt und bekomme so für die Bahnelemente von Dione folgende Zahlen.

1) Supplement I aux Observations de Pulkova und Mon. Not. June 1894.

Epoche 1905 Jan. 1.0 Pariser m. Z.

$$
\begin{aligned}
E &= 25^0 \quad 8'.6 \\
P &= \quad — \quad — \\
n &= 168 \quad 9.8 \\
i &= 28 \quad 5.5 \\
\lambda &= 131.534955
\end{aligned}
$$

Wegen der Unsicherheit in der Bestimmung der Länge des Perihels, das eine jährliche Bewegung von ungefähr 30^0 hat, habe ich die Bahn als kreisförmig annehmen müssen. Durch die Vernachlässigung der Excentricität kann der maximale Fehler in der berechneten Zeit einer Finsterniss nicht 3 Zeitminuten übersteigen.

Tethys.

Die folgenden Bestimmungen der Bahnelemente von Tethys von Struve befinden sich in A. N. 2945.

Epoche	1886 März 22.0		1887 März 20		1888 März 23.0		1889 März 17.0	
Equinox	1886.22		1887.21		1888.22		1889.21	
E	165^0	$17'.5$	268^0	$47'.8$	76^0	$6'.1$	136^0	$19'.1$
n	168	35.5	170	11.3	168	36.9	166	7.4
i	27	0.1	28	2.5	29	5.4	28	40.2

Die Excentricität ist klein und die Länge des Perihels hat eine grosse jährliche Bewegung. Ich habe die Mittel der gegebenen Resultate adoptirt und bekomme für das Aequinoctium 1905.0 die folgenden Elemente:

Epoche 1905 Jan. 1.0, P. m. Z.

$$
\left.\begin{aligned}
E &= 281^0 \quad 45'.4 \\
n &= 168 \quad 37.2 \\
i &= 28 \quad 11.9
\end{aligned}\right\} \text{M. Aeq. 1905.0.}
$$

Struve[1]) findet, dass die tägliche Bewegung zwischen $190^0.6980$ und $190^0.6982$ liegt. Baillaud[2]) hat den Werth $190^0.6980$ gefunden. Ich nehme $\lambda = 190^0.69805$ an.

---

1) Astr. Nachr. No. 2945.

2) Annales de Toulouse Vol. II.

Enceladus.

Die folgenden Bahnelemente dieses Satelliten befinden sich in A. N. 2983—4. Sie sind von Struve durch Beobachtungen mit dem grossen Refraktor abgeleitet worden.

Mittlere Epoche	1886.205	1887.201	1888.228	1889.221
Epoche von E	März 17.0 G. m. Z.	März 23.0	März 24.0	März 23.0
E	166° 43′.5	80° 17′.0	23° 22′.7	257° 59′.7
P	289°.1	56°.0	180°.0	290°.4
n	167 54.6	167 52.6	167 40.5	167 56.5
i	28 3.3	28 3.5	28 6.7	28 7.0
e	0.0047	0.0039	0.0065	0.0035

Die mittleren Werthe für Epoche 1905 Jan. 1.0 P. m. Z. sind die folgenden:

Epoche 1905 Jan. 1.0, P. m. Z.

$E = 316\ 17.7$
$n = 168\ 5.5$
$i = 28\ 5.0$
$\lambda = 262.7318$

Mimas.

Auch für diesen Satelliten nehme ich die Elemente von Struve, die sich in A. N. 2983 finden.

Epoche 1889 März 31.0 Gr. m. Z.

$E = 87°\ 25'$
$P = 105$
$n = 165.0$ } M. Aeq. der Epoche
$i = 27\ 36$
$e = 0.016$

Struve findet, dass die tägliche Bewegung zwischen 381°.992 und 381°.995 liegt. Baillaud[1]) hat den Werth 381°.9934 abgeleitet. Den letzten Werth habe ich benutzt und bekomme die folgenden Zahlen:

Epoche 1905 Jan. 1.0, P. m. Z.

$E = 274°\ 58'$
$n = 165°.3$
$i = 27\ 36$
$\lambda = 381.9934$

1) Annales de Toulouse Vol. II.

Die Berechnung der Finsternisse der Satelliten wird offenbar einfacher sein, wenn man nur die zwei Ebenen, die Bahnebene des Satelliten und die Bahnebene des Saturns, zu betrachten hat. Deswegen habe ich die Elemente der Satelliten auf die Bahnebene des Saturns bezogen, und als Anfangspunkt der Länge in der Saturnbahn habe ich den Schnittpunkt der Saturnbahn mit der M. Ek. 1905.0 benutzt.

Nach den Leverrier'schen[1]) Tafeln des Saturns sind die Länge des Knoten und die Neigung der Saturnbahn, auf die M. Ek. 1905.0 bezogen, die folgenden:

$$\text{Länge des Knoten (1905.0)} = 112^0\ 49'.66$$
$$\text{Neigung der Bahn (1905.0)} = 2^0\ 29'.53$$

Mit diesen Werthen reducire ich die Bahnelemente der Satelliten auf die Bahnebene des Saturns als Fundamentalebene und erhalte die folgenden sämmtlichen Elemente der Satellitenbahnen.

Bahnelemente der Satelliten, auf die Saturnbahn als Fundamentalebene bezogen.

	Japetus	Titan	Rhea	Dione	Tethys	Enceladus	Mimas
Epoche	1905 Apr. 1.0	1907 Aug. 1.0	1907 Juli 1.0	1905 Jan. 1.0	1905 Jan. 1.0	1905 Jan. 1.0	1905 Jan. 1.0
E	$18^0\ 15'.4$	$33^0\ 54'.6$	$18^0\ 59'.9$	$278^0\ 48'.0$	$168^0\ 24'.8$	$202^0\ 57'.4$	$161^0\ 39'$
P	243 51	171 55	18				
n	33 4.2	59 43.6	59 45.8	59 22.6	59 50.3	59 14.8	$56^0.5$
i	16 10.8	26 21.7	26 26.4	26 45.2	26 52.4	26 43.4	26 9
e	0.02885	0.02880	0.0006				
λ	4.5379089	22".5769728	79.690057	131.534916	190.69801	262".7318	381.9934
a	515".138	176".600	76".170	54".540	42".583	34".38	26".7

Die tägliche Bewegung, die oben gegeben ist, ist die siderische Bewegung. Die Werthe der halben grossen Axen sind für die mittlere Entfernung des Saturns gültig.

Die Coordinaten der Axe des Schattens in der Saturnbahn habe ich mit Hülfe der Leverrier'schen Tafeln (Annales de l'Observatoire de Paris Vol. XII) berechnet. Die periodischen Störungen der Elemente hat Leverrier in einer Fourrier'schen Reihe von der Form

1) Annales de l'Observatoire de Paris Vol. XII.

$$d\,(\text{Element}) = C_0 + S_1 \sin\lambda + S_{11} \sin 2\lambda + S_{111} \sin 3\lambda + \\ + C_1 \cos\lambda + C_{11} \cos 2\lambda + C_{111} \cos 3\lambda +$$

entwickelt.

In der folgenden Ephemeride sind alle Glieder bis 6λ mitgenommen worden.

Bedeutet nun L die saturnicentrische Länge der Axe des Schattens in der Saturnbahn, bezogen auf das Aequinoctium 1905.0, und L' die saturnicentrische Länge derselben in der Saturnbahn, von dem festen Anfangspunkt des Durchschnitts der Ekliptik von 1905.0 mit der Saturnbahn gezählt, so gibt die folgende Ephemeride L und L' von 15 zu 15 Tagen zwischen 1904 Juli 1 und 1910 Jan. 1, und diese Ephemeride ist mit den Bahnelementen der Satelliten streng vergleichbar.

Datum	L	L'	Tägl. Bewegung
1904			
Juli 1	316° 25.6	203° 35.9	
16	53.6	204 3.9	1.860 = 0.03100
31	317 21.6	31.9	
Aug. 15	49.7	205 0.0	
30	318 17.7	28.0	
Sept. 14	45.8	56.1	
29	319 13.9	206 24.2	
Oct. 14	42.0	52.3	
29	320 10.2	207 20.5	
Nov. 13	38.3	48.6	
28	321 6.4	208 16.7	1.873 = 0.03122
Dec. 13	34.5	44.8	
28	322 2.6	209 12.9	
1905			
Jan. 12	30.8	41.1	
27	59.0	210 9.3	
Febr. 11	323 27.2	37.5	
26	55.4	211 15.7	
März 13	324 23.8	34.1	
28	52.2	212 2.5	
April 12	325 20.5	30.8	
27	48.8	59.1	1.887 = 0.03145

Datum	L		L'		Tägl. Bewegung
1905					
Mai 12	326	17.2	213	27.5	
27		45.6		55.9	
Juni 11	327	14.0	214	24.3	
26		42.5		52.8	
Juli 11	328	11.0	215	21.3	
26		39.5		49.8	
Aug. 10	329	8.0	216	18.3	
25		36.5		46.8	
Sept. 9	330	5.1	217	15.4	
24		33.7		44.0	1'.903 = 0°.03171
Oct. 9	331	2.2	218	12.5	
24		30.8		41.1	
Nov. 8		59.4	219	9.7	
23	332	28.1		38.4	
Dec. 8		56.9	220	7.2	
23	333	25.5		35.8	
1906					
Jan. 7		54.3	221	4.5	
22	334	23.0		33.3	
Febr. 6		51.8	222	2.1	
21	335	20.7		31.0	1.920 = 0.03200
März 8		49.5		59.8	
23	336	18.3	223	28.6	
April 7		47.2		57.5	
22	337	16.1	224	26.4	
Mai 7		45.1		55.4	
22	338	14.0	225	24.3	
Juni 6		42.9		53.2	
21	339	12.0	226	22.3	
Juli 6		41.0		51.3	
21	340	10.0	227	20.3	1.938 = 0.03230
Aug. 5		39.1		49.4	
20	341	8.2	228	18.5	
Sept. 4		37.4		47.7	
19	342	6.6	229	16.9	

Datum	L	L'	Tägl. Bewegung
1906			
Oct. 4	35.8	46.1	
19	343 4.9	230 15.2	
Nov. 3	34.1	44.4	
18	344 3.4	231 13.7	
Dec. 3	344 32.7	232 43.0	
18	345 2.1	232 12.4	1.957 = 0.03262
1907			
Jan. 2	31.4	41.7	
17	346 0 7	233 11.0	
Febr. 1	30.0	40.3	
16	59.4	234 9.7	
März 3	347 28.9	39.2	
18	58.4	235 8.7	
April 2	348 27.9	38.2	
17	57.4	236 7.7	
Mai 2	349 26.9	37.2	
17	56.6	237 6.9	1.975 = 0.03291
Juni 1	350 26.2	36.5	
16	55.8	238 6.1	
Juli 1	351 25.4	35.7	
16	55.1	239 5.4	
31	352 24.9	35.2	
Aug. 15	54.7	240 5.0	
30	353 24.4	34.7	
Sept. 14	54.2	241 4.5	
29	354 24.0	34.3	
Oct. 14	53.8	242 4.1	1.987 = 0.03317
29	355 23.7	34.0	
Nov. 13	53.6	243 3.9	
28	356 23.6	33.9	
Dec. 13	53.6	244 3.9	
28	357 23.6	33.9	
1908			
Jan. 12	53.6	245 3.9	
27	358 23.6	33.9	

Datum		L		L'		Tägl. Bewegung
1908						
Febr.	11		53.7	246	4.0	
	26	359	23.8		34.1	
März	12		54.0	247	4.3	2.010 = 0.03348
	27	0	24.2		34.5	
April	11		54.3	248	4.6	
	26	1	24.4		34.7	
Mai	11		54.6	249	4.9	
	26	2	25.0		35.3	
Juni	10		55.3	250	5.6	
	25	3	25.7		36.0	
Juli	10		56.0	251	6.3	
	25	4	26.4		36.7	
Aug.	9		57.0	252	7.3	2.034 = 0.03388
	24	5	27.5		37.8	
Sept.	8		58.0	253	8.3	
	23	6	28.5		38.8	
Oct.	8		58.9	254	9.2	
	23	7	29.5		39.8	
Nov.	7	8	0.2	255	10.5	
	22		30.8		41.1	
Dec.	7	9	1.4	256	11.7	
	22		32.2		42.5	
1909						
Jan.	6	10	2.8	257	13.1	2.047 = 0.03411
	21		33.6		43.9	
Febr.	5	11	4.4	258	14.7	
	20		35.2		45.5	
März	7	12	6.0	259	16.3	
	22		36.8		47.1	
April	6	13	7.8	260	18.1	
	21		38.8		49.1	
Mai	6	14	9.7	261	20.0	
	21		40.6		50.9	
Juni	5	15	11.6	262	21.9	2.066 = 0.03442
	20		42.6		52.9	

Datum	L	L'	Tägl. Bewegung
1909			
Juli 5	16 13.7	263 24.0	
20	44.8	55.1	
Aug. 4	17 15.9	264 26.2	
19	47.1	57.4	
Sept. 3	18 18.4	265 28.7	
18	49.7	266 0.0	
Oct. 3	19 20.9	31.2	
18	52.2	267 2.5	
Nov. 2	20 23.5	33.8	2.086 = 0.03477
17	54.8	268 5.1	
Dec. 2	21 26.2	36.5	
17	57.5	269 7.8	
1910			
Jan. 1	22 9.1	39.4	

Newcomb hat in seiner Abhandlung „Recurrence of Eclipses“ [1]) eine Methode zur Bestimmung der mittleren Conjunctionen zweier Himmelskörper angegeben, die sich als sehr brauchbar erweist, falls die Conjunctionen für einen längeren Zeitraum berechnet werden sollen. Mit Hülfe dieser Methode können z. B. die Conjunctionen des Japetus auf Jahre vorausberechnet werden. In dem Falle der Saturnsatelliten jedoch ist die Bewegung der Satelliten sehr rasch im Vergleiche mit der des Planeten, so dass die Zeiten der wahren Conjunctionen der gegenwärtigen Reihe sehr leicht mit Hülfe der zuerst angegebenen Ephemeride der Coordinaten des Schattens interpolirt werden können.

Es dürfte zweckentsprechender sein, bei der Berechnung des Zeitmoments, in welchem der Satellit in den Schatten tritt, die Dimensionen der Ellipse in Winkelwerthen auszudrücken.

Nehmen wir an, dass π_a und π_b die äquatorialen und polaren Parallaxen des Saturn in der Entfernung des Satelliten bezeichnen. Wenn nun ferner μ und ν die Parallaxe und den Radius der Sonne vorstellen, so ergeben

1) Astronomical Papers of the American Ephemeris. Vol. I.

sich die Winkelwerthe der Schattenachsen in der Entfernung des Satelliten wie folgt:

$$R_{\mathrm{I}} = \pi_a + \mu - \nu$$
$$R_{\mathrm{II}} = \pi_b + \mu - \nu$$

Den Durchschnitt des Schattens kann man nun als eine Ellipse betrachten, deren Achsen sin R_{I} und sin R_{II} sind.

Nimmt man sin $R_{\mathrm{I}} = 1$ an, so ist die Gleichung dieser Ellipse auf ihre eigenen Achsen bezogen:

$$x^2 + \frac{y^2}{c^2} = 1$$

$$c = \frac{\sin R_{\mathrm{II}}}{\sin R_{\mathrm{I}}};$$

oder bezogen auf eine in der Saturnbahn liegende x-Achse:

$$x^2\left(1 + \frac{1-c^2}{c^2}\sin J\right) + y^2\left(1 - \frac{1-c^2}{c^2}\cos^2 J\right) + \sin 2J\,\frac{1-c^2}{c^2}\,xy = 1, \quad (2)$$

wo J durch Gleichung (1) bestimmt ist.

Schreibt man:

$$m^2 = 1 + \frac{1-c^2}{c^2}\sin^2 J$$

$$n^2 = 1 - \frac{1-c^2}{c^2}\cos^2 J$$

$$d^2 = \sin 2J\,\frac{1-c^2}{c^2},$$

so erhält man für die Gleichung (2)

$$m^2 x^2 + n^2 y^2 + d^2 x y = 1,$$

wo m und n wenig von der Einheit abweichen und d gering ist.

Die Sehne des von der Satellitenbahn durchschnittenen Bogens ist annäherungsweise parallel der grossen Achse der Ellipse, und die Distanz derselben von dem Mittelpunkt und deren Neigung gegen die x-Achsen ist durch die Bahnelemente und die Coordinaten des Schattens gegeben. Die Schnittpunkte der Ellipse mit der Satellitenbahn können daher aus den Gleichungen für die Sehne und der Ellipse unmittelbar abgeleitet werden.

Für die Berechnung einer Beobachtungs-Ephemeride aber genügt es, den Durchschnitt des Schattens als kreisförmig anzunehmen. Ist dann:

R = dem mittleren Radius des Schattens
r = der Hälfte des durchschnittenen Bogens der Satellitenbahn
l = der Länge des Schattens von dem Knoten des Satelliten gezählt
i = der Neigung der Bahn,

so wird

$$\sin p = \sin i \sin l$$

$$\sin r = \frac{\sqrt{\sin (R+p) \sin (R-p)}}{\cos p}$$

Für die Berechnung von R habe ich die Mittel der Bestimmungen der Saturnsachsen, die auf Seite 4 angegeben sind, nämlich 8.″249, zu Grunde gelegt. Die entsprechenden mittleren Werthe von R, sowie gewisse Constanten, die in der Interpolation zu benutzen sind, befinden sich in der folgenden Tabelle. Diese Constanten sind für die Mitte der Finsterniss-Reihe jedes Satelliten gültig.

Satellit	R	Täg. Syn. Bew.	Syn. Periode
Japetus	0° 54.′9	4.°5064	79.ᵀ8882
Titan	2 40.5	22.5440	15.9660
Rhea	6 11.5	79.6570	4.5194
Dione	8 40.4	131.5020	2.7376
Tethys	11 8.6	190.6650	1.8881
Enceladus	13 51.5	262.6988	1.4158
Mimas	17 58.2	381.9604	0.9425

Die Phänomene des Halbschattens.

Wie Professor Seeliger bemerkt hat, ist die Grenze sowohl des Kernschattens als auch des Halbschattens eine rein mathematische Fiction, welche in den Beobachtungen nicht klar hervortreten kann. Im allgemeinen können wir nur sagen, dass sich die Grenze des Schattens dort befindet, wo der Halbschatten anfängt merklich hell zu werden. Es dürfte eine interessante Aufgabe sein, wenn man die Verfinsterungen systematisch beobachten will, die Durchgänge der Satelliten durch den Halbschatten zu studiren. Beobachtungen der Finsternisse in der Nähe der Grenze

des Schattens sind für verschiedene Zwecke wünschenswerth. Dies gilt besonders von denjenigen Satelliten, deren Verfinsterungen uns die brauchbarsten Daten zur Bestimmung des Planeten-Durchmessers an die Hand geben, also in erster Linie von Rhea, Dione und Tethys. In der Ephemeride der Finsternisse habe ich deshalb unter dem Titel „Mitte der Finsterniss“ gewisse Zeiten vor dem Anfang und nach dem Ende der Finsterniss-Reihe gegeben, die den Zeiten der Mitte der Finsternisse der Satelliten durch den Halbschatten entsprechen. Ich gebe auch unten die Zeit an, welche jeder Satellit braucht, um durch den Halbschatten zu gehen, und zwar sowohl für die Mitte wie auch für Anfang und Ende der Finsterniss-Reihe. In der folgenden Tabelle bedeutet T den zuerst erwähnten Zwischenraum, und T' den zweiten.

Satellit	T	T'
	m	m
Japetus	16.8	87.7
Titan	3.4	33.8
Rhea	1.0	14.8
Dione	0.6	10.8
Tethys	0.4	8.5
Enceladus	0.3	6.8
Mimas	0.2	5.2

Verfinsterungen des Japetus durch den Ring.

Japetus ausgenommen, bewegen sich die Saturn-Satelliten annäherungsweise in der Ebene des Ringes. Der Winkel zwischen der Japetusbahn und der Ringebene beträgt circa $10^1/_2{}^0$. Tritt daher eine Verfinsterung des Japetus in der Nähe des Knoten ein, so durchschneidet die Satellitbahn in schräger Richtung den Schatten des Ringes. Diese interessante Erscheinung dürfte bisher selten beobachtet worden sein. In den „Monthly Not. Bd. XL“ theilt Herr Barnard die Ergebnisse sehr genauer und gründlicher Beobachtungen mit, die er anlässlich der letzten Verfinsterung des Japetus durch den Ring auf der Lick Sternwarte angestellt hatte.

Nach Bessel sind die Ringelemente für 1905.0 auf dasselbe System bezogen, welches oben benutzt ist,

$$i = 26^0\ 49'.6$$
$$n = 59\ \ 26.6$$

Am 15.5 Mai 1905 beträgt die Neigung der Sonne zur Ebene des Rings $6^0\ 59'.1$. Auf Grund von Bessel's Bestimmung der Ringachse erhalten wir daher für die scheinbare Ellipse des Ringschattens, wie sie sich vom Saturn aus zu dieser Zeit darstellt, die folgenden Werthe:

$$a = 2^0\ 13'.1$$
$$b = 0\ \ 15.9$$

Die Neigung der grossen Achse der Ellipse gegen die Saturnbahn beträgt

$$J = 24^0\ 28'.0$$

Auf Grund dieser Elemente habe ich die Zeit des Durchgangs des Satelliten durch die Ellipsenachse, sowie den Zeitpunkt seines Austrittes aus dem Ringschatten berechnet. Der Satellit tritt aus dem Schatten des Planeten in den des Ringes.

Benutzung der Ephemeride.

Die folgenden Tabellen dürften kaum eine Erläuterung erfordern. Den Berechnungen ist Pariser Zeit zu Grunde gelegt worden und ist für die Lichtgleichung die mittlere Entfernung des Planeten angenommen worden. Die Zeitangaben sind daher ungefähr richtig, wenn der Planet in Quadratur steht. Die Zeiten bedürfen also noch einer Berichtigung gleich

$$-\ 8^m.3\ (9.539 - \varrho)$$

wo ϱ die geocentrische Entfernung des Saturn ist.

Die erste Zahlenreihe der Tabelle bezeichnet die Nummer der Finsterniss in der Reihe des betreffenden Satelliten. Für Japetus und Titan sind sämmtliche Verfinsterungen, die stattfinden, angegeben worden; für Rhea jede zweite; für Dione jede fünfte; für Tethys jede neunte; für Enceladus jede zweiundzwanzigste und für Mimas jede zweiunddreissigste. Für die inneren Satelliten können die Zeitpunkte der nicht angegebenen Verfinsterungen direct interpolirt werden.

In der zweiten Reihe der Tabelle ist die Zeit der Mitte der Verfinsterung gegeben, wobei die Annahme eines kreisförmigen Schattens gemacht worden ist.

Für Japetus und Titan sind die Anfangs- und Schluss-Zeiten angegeben; für die anderen Satelliten die Zwischenzeit, welche der Satellit braucht, um durch den durchschnittenen Bogen zu gehen. Man kann den Zeitpunkt, in welchem die Verfinsterung beginnt, bestimmen, indem man von der Zeit, welche die Mitte der Verfinsterung ausdrückt, die Hälfte dieser Zwischenzeit subtrahirt. In derselben Weise kann das Ende der Verfinsterung durch Addition derselben ermittelt werden. Die Bewegung des Schattens kann unberücksichtigt bleiben.

Der wahrscheinliche Fehler in der Bestimmung der Mitte der Finsterniss irgend eines Satelliten kann bloss annähernd angegeben werden. In dem Fall von Japetus kann der Fehler leicht eine halbe Stunde erreichen; ein Fehler von dieser Grösse kann durch eine Aenderung der Excentricität von 0.001 eintreten. In dem Fall von Titan dürfte der Fehler $\pm 8^m$, und bei den übrigen Satelliten $\pm 5^m$ nicht übersteigen.

Finsternisse von Japetus.

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Anfang	Ende
1	1905 Febr. 2074.95	15^h 8^m	22^h 50^m
2	Mai 15.5530	8 39	17 53
3	Aug. 3.3925	7 37	11 13

Finsterniss von Japetus durch den Ring.

1	1905 Mai 15.7576	— —	20 40

Finsternisse von Titan.

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Anfang	Ende
1	1907 Jan. 30.4550	Contact	möglich
2	Febr. 15.4207	9^h 2^m	11^h 10^m
3	März 3.3863	7 45	10 47
4	März 19.3520	6 37	10 17
5	April 4.3177	5 33	9 42
6	April 20.2835	4 32	9 04
7	Mai 6.2493	3 24	8 24
8	Mai 22.2151	2 37	7 42
9	Juni 7.1809	1 42	6 59
10	Juni 23.1468	0 49	6 23
11	Juli 9.1126	23 57	5 25
12	Juli 25.0786	23 12	4 56
13	Aug. 10.0445	22 17	3 51
14	Aug. 26.0105	21 29	3 01
15	Sept. 10.9764	20 43	2 9
16	Sept. 26.9424	19 57	1 17
17	Oct. 12.9084	19 13	0 23
18	Oct. 28.8744	18 34	23 25
19	Nov. 13.8404	17 51	22 29
20	Nov. 29.8064	17 13	21 20
21	Dec. 15.7727	16 39	20 26
22	Dec. 31.7392	16 11	19 18
23	1908 Jan. 16.7056	15 48	18 4
24	Febr. 1.6718	Contact	

Finsternisse von Rhea.

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
	1906 Mai. 23.0885	
	27.6077	
1	Juni 1.1268	Cont. mögl.
2	5.6459	$0^h\ 22^m8$
3	10.1650	43.4
4	14.6842	53.8
6	23.7225	1 10.0
8	Juli 2.7609	22.8
10	11.7995	33.0
12	20.8376	42.4
14	29.8758	50.8
16	Aug. 7.9241	59.0
18	16.9625	2 5.6
20	26.0008	11.8
22	Sept. 4.0391	17.2
24	13.0674	23.6
26	22.1057	26.4
28	Oct. 1.1441	34.2
30	10.1824	38.4
32	19.2208	43.6
34	28.2591	47.8
36	Nov. 6.2974	51.8
38	15.3358	55.6
40	24.3741	59.4
42	Dec. 3.4124	3 2.8
44	12.4507	6.2
46	21.4891	9.2
48	30.5275	12.2
50	1907 Jan. 8.5658	15.0
52	17.6042	17.6
54	26.6425	20.0
56	Febr. 4.6808	22.6
58	13.7191	24.6
60	22.7575	26.6
62	März 3.7958	28.6
64	1907 März 12.8341	$3^h\ 30^m4$
66	21.8724	32.0
68	30.9107	33.6
70	April 8.9490	35.0
72	17.9874	36.1
74	27.0257	37.4
76	Mai 6.0640	38.6
78	15.1024	39.6
80	24.1407	40.4
82	Juni 2.1790	41.0
84	11.2173	41.6
86	20.2556	42.2
88	29.2940	42.6
90	Juli 8.3323	43.0
92	17.3707	43.3
94	26.4090	43.6
96	Aug. 4.4474	43.8
98	13.4857	43.6
100	22.5241	43.4
102	31.5625	43.2
104	Sept. 9.6010	42.8
106	18.6393	42.4
108	27.6776	41.8
110	Oct. 6.7160	41.2
112	15.7556	40.6
114	24.7927	39.8
116	Nov. 2.8313	38.8
118	11.8696	37.7
120	20.9081	36.6
122	29.9464	35.2
124	Dec. 8.9849	33.8
126	18.0232	32.2
128	27.0616	30.4
130	1908 Jan. 5.1000	28.6
132	14.1383	26.6

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
134	1908 Jan. 23.1767	$3^h\ 24^m5$
136	Febr. 1.2151	22.4
138	10.2534	20.2
140	19.2918	17.6
142	28.3301	14.8
144	März 8.3687	11.8
146	17.4070	8.8
148	26.4454	5.6
150	April 4.4839	2.4
152	13.5224	2 59.0
154	22.5608	55.2
156	Mai 1.5992	51.2
158	10.6376	47.0
160	19.6761	42.4
162	28.7145	37.6
164	Juni 6.7529	32.4
166	15.7913	27.0
168	1908 Juni 24.8299	$2^h\ 21^m4$
170	Juli 3.8683	15.2
172	12.9067	8.4
174	21.9452	2.6
176	30.9837	1 53.8
178	Aug. 9.0221	44.4
180	18.0605	34.2
182	27.0989	23.2
184	Sept. 5.1376	11.2
185	9.6567	3.6
186	14.1761	0 54.8
187	19.3137	42.2
188	23.2146	25.0
189	27.7337	Contact
	Oct. 2.2530	
	6.7721	
	11.2916	

Finsternisse von Dione.

	1905 Nov. 19.6288	
	22.3663	
	25.1038	
1	27.8413	Cont. mögl.
2	30.5788	$0^h\ 16^m4$
3	Dec. 3.3163	23.4
4	6.0538	29.4
5	8.7913	34.6
6	11.5289	38.8
7	14.2664	42.6
12	27.9540	57.8
	1906 Jan. 11.6416	
22	24.3292	1 19.0
	Febr. 7.0169	
32	20.7045	35.4
	1906 März 6.3921	
42	20.0797	$1^h\ 48^m4$
	April 2.7673	
52	16.3999	59.6
	30.1425	
62	Mai 13.8301	2 9.2
	27.5177	
72	Juni 10.2053	18.4
	23.8929	
82	Juli 7.5806	25.8
	21.2682	
92	Aug. 3.9557	32.2
	17.6433	
102	31.3310	38.2
	Sept. 14.0186	

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
122	1906 Sept. 27.7062	$2^h\ 43^m8$
	Oct. 11.3938	
132	25.0814	48.6
	Nov. 7.7691	
142	21.4567	52.6
	Dec. 5.1443	
152	18.8319	56.4
	1907 Jan. 1.5194	
162	15.2071	59.6
	28.8947	
172	Febr. 11.5823	3 2.4
	25.2699	
182	März 10.9576	4.8
	24.6452	
192	April 7.3328	6.6
	21.0204	
202	Mai 4.7081	7.9
	18.3957	
212	Juni 1.0833	9.0
	14.7709	
222	28.4585	9.4
	Juli 12.1463	
232	25.8340	9.8
	Aug. 8.5216	
242	22.2093	9.4
	Sept. 4.8969	
252	18.5845	9.0
	Oct. 2.2721	
262	15.9598	7.8
	29.6475	
272	Nov. 12.3352	6.4
	26.0229	
282	Dec. 9.7107	4.2
	23.3984	
292	1908 Jan. 6.0860	2.0
	19.7737	
302	Febr. 2.4614	2 59.0

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
	1908 Febr. 16.1491	
312	29.8367	$2^h\ 55^m8$
	März 14.5343	
322	28.2120	52.0
	April 10.8997	
332	24.5875	47.4
	Mai 8.2752	
342	21.9630	42.0
	Juni 4.6507	
352	18.3385	36.4
	Juli 2.0262	
362	15.7140	29.8
	29.4017	
372	Aug. 12.0894	22.6
	25.7772	
382	Sept. 8.4650	14.0
	22.1528	
392	Oct. 5.8406	4.2
	19.5283	
402	Nov. 2.2161	1 53.4
	15.9038	
412	29.5916	40.2
	Dec. 13.2794	
422	26.9671	24.2
	1909 Jan. 9.6548	
432	23.3426	3.0
437	Febr. 6.0304	0 50.4
438	8.7689	45.2
439	11.5062	41.4
440	14.2437	37.2
441	16.9812	32.2
442	19.7187	26.4
443	22.4562	19.4
444	25.1937	3.4
	27.9317	
	März 2.6688	
	5.4063	

Finsternisse von Tethys.

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
	1905 Juni 5.1078	
	6.9959	
	8.8840	
	10.7721	
	12.6602	
	14.5483	
1	16.4364	0^h $5^m.8$
2	18.3245	12.0
3	20.2126	18.6
4	22.1006	21.6
5	23.9887	24.6
6	25.8768	27.0
7	27.7649	29.2
8	29.6530	31.6
9	Juli 1.5411	33.4
10	3.4292	35.2
19	20.4220	49.6
28	Aug. 6.4148	58.8
37	23.4077	1 7.6
46	Sept. 9.4005	15.0
55	26.3932	21.6
64	Oct. 13.3861	27.0
73	30.3789	32.4
82	Nov. 16.3716	37.6
91	Dec. 3.3644	42.8
100	20.3572	47.2
109	1906 Jan. 6.3501	51.4
118	23.3428	55.4
127	Febr. 9.3357	59.2
136	26.3285	2 2.6
145	März 15.3213	6.0
154	April 1.3142	9.0
163	18.3070	12.0

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
172	1906 Mai 5.2999	2^h 14^m6
181	22.2926	17.4
190	Juni 8.2854	20.0
199	25.2782	22.4
208	Juli 12.2710	25.0
217	29.2638	27.4
226	Aug. 15.2565	29.0
235	Sept. 1.2494	30.6
244	18.2422	32.2
253	Oct. 5.2332	34.4
262	22.2278	35.6
271	Nov. 8.2205	37.0
280	25.2104	38.4
289	Dec. 12.2063	39.8
298	29.1990	41.0
307	1907 Jan. 15.1919	42.2
316	Febr. 1.1847	43.2
325	18.1775	44.0
334	März 17.1704	44.8
343	24.1632	45.4
352	April 10.1560	46.0
361	27.1488	46.6
370	Mai 14.1417	47.2
379	31.1346	47.6
388	Juni 17.1273	47.8
397	Juli 4.1202	47.8
406	21.1130	48.0
415	Aug. 7.1058	48.0
424	24.0987	48.0
433	Sept. 10.0916	47.8
442	27.0844	47.6
451	Oct. 14.0773	47.4
460	31.0701	47.0

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
469	1907 Nov. 17.0630	$2^h\ 46^m4$
478	Dec. 4.0558	46.0
487	21.0487	45.2
496	1908 Jan. 7.0415	44.6
505	24.0343	43.8
514	Febr. 10.0272	43.0
523	27.0201	42.0
532	März 15.0129	40.8
541	April 1.0058	39.4
550	17.9987	38.0
559	Mai 4.9917	36.6
568	21.9846	35.0
577	Juni 7.9776	33.4
586	24.9705	31.6
595	Juli 11.9634	29.8
604	28.9563	27.8
613	Aug. 11.9492	25.8
622	30.9492	23.6
631	Sept. 17.9351	21.2
640	Oct. 4.9280	18.6
649	21 9210	15.8
658	Nov. 7.9139	12.8
667	24.9069	9.8
676	Dec. 12.8998	6.4
685	28.8928	3.0
694	1909 Jan. 14.8859	1 59.2
703	31.8788	55.4

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
712	1909 Febr. 17.8719	$1^h\ 51^m0$
721	März 6.8648	46.4
730	23.8578	41.2
739	April 9.8509	36.0
748	27.8438	30.0
757	Mai 13.8369	23.8
766	30.8299	17.0
775	Juni 16.8228	9.8
784	Juli 3.8160	1.2
793	20.8091	0 50.4
802	Aug. 6.8022	36.8
803	8.6903	34.6
804	10.5784	32.4
805	12.4665	30.0
806	14.3546	27.6
807	16.2427	25.0
808	18.1308	21.8
809	20.0189	18.4
810	21.9071	12.0
811	23.7952	3.6
	25.6833	
	27.5714	
	29.4595	
	31.3476	
	Sept. 2.2357	
	4.1238	

Finsternisse von Enceladus.

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
1	1904 Oct. 20.1873	$0^h\ 5^m6$
2	21.6031	7.8
3	23.0189	9.9
4	24.4347	12.0
5	25.8505	14.0
6	27.2663	16.0
7	28.6821	17.6
29	Nov. 27.8302	39.8
51	Dec. 27.9785	52.4
73	1905 Jan. 27.1268	1 3.8
95	Febr. 26.2750	11.8
117	März 28.4231	19.0
139	April 27.4712	25.6
161	Mai 27.7194	31.6
183	Juni 26.8676	37.0
205	Juli 27.0158	42.0
227	Aug. 26.1639	46.8
249	Sept. 25.3121	51.2
271	Oct. 25.4601	55.2
293	Nov. 24.6084	59.0
315	Dec. 24.7565	2 2.6
337	1906 Jan. 23.9047	5.8
359	Febr. 23.0528	8.8
381	März 25.2010	11.6
403	April 24.3492	14.0
425	Mai 24.4972	16.4
447	Juni 23.6454	18.6
469	Juli 23.7936	20.6
491	Aug. 22.9417	22.4
513	Sept. 22.0899	24.0
535	Oct. 22.2380	25.6
557	Nov. 21.3862	27.0
579	Dec. 21.5342	28.2
601	1907 Jan. 20.6825	29.2
623	1907 Febr. 19.8306	$2^h\ 30^m0$
645	März 21.9788	30.8
667	April 21.1270	31.2
689	Mai 21.2754	31.6
711	Juni 20.4234	31.8
733	Juli 20.5716	32.0
755	Aug. 19.7198	31.8
777	Sept. 18.8680	31.6
799	Oct. 19.0162	31.2
821	Nov. 18.1643	30.8
843	Dec. 18.3127	30.0
865	1908 Jan. 17.4609	29.0
887	Febr. 16.6091	28.0
909	März 17.7573	26.8
931	April 16.9055	25.2
953	Mai 17.0539	23.6
975	Juni 16.2021	21.8
997	Juli 16.3504	20.0
1019	Aug. 15.4987	17.8
1041	Sept. 14.6470	15.6
1063	Oct. 14.7954	13.0
1085	Nov. 14.8438	10.2
1107	Dec. 14.0921	7.0
1129	1909 Jan. 13.2405	3.8
1151	Febr. 12.3888	0.0
1173	März 14.5373	1 56.2
1195	April 13.6857	51.6
1217	Mai 13.8341	46.8
1239	Juni 12.9824	41.6
1261	Juli 13.1310	36.2
1283	Aug. 12.2796	30.2
1305	Sept. 11.4281	23 6
1327	Oct. 11.5766	16.2
1349	Nov. 10.7251	7.2

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
1371	1909 Dec. 10.8736	$0^h\ 56^m8$
1393	1910 Jan. 10.0223	43.6
1415	Febr. 9.0711	23.0
1416	10.4869	22.2
1417	11.9027	21.0
1418	13.3185	19.8
1419	14.7343	18.4
1420	16.1501	17.0
1421	1910 Febr. 17.5651	$0^h\ 15^m6$
1422	18.9817	14.0
1423	20.3975	12.1
1424	21.8132	10.2
1425	23.2290	7.9
1426	24.6448	5.4
1427	26.0606	Contact

Finsternisse von Mimas.

438	1904 Juli	7.0543	$1^h\ 27^m8$	1174	1906 Mai	31.7318	$2^h\ 10^m4$
470	Aug.	6.2143	31.0	1206	Juni	30.9917	11.2
502	Sept.	5.3742	33.8	1238	Juli	30.0516	12.0
534	Oct.	5.5341	36.8	1270	Aug.	30.2115	12.6
566	Nov.	4.6940	39.6	1302	Sept.	29.3714	13.2
598	Dec.	4.8539	42.2	1334	Oct.	29.5313	13.8
630	1905 Jan.	4.9138	44.8	1366	Nov.	28.6912	14.2
662	Febr.	3.1737	47.0	1398	Dec.	28.8510	14.6
694	März	5.3336	49.0	1430	1907 Jan.	29.0109	14.8
726	April	4.4934	51.0	1462	Febr.	27.1709	15.0
758	Mai	4.6533	53.0	1494	März	29.3308	15.2
790	Juni	3.8132	54.8	1526	April	28.0909	15.4
822	Juli	3.9731	56.6	1558	Mai	28.6507	15.2
854	Aug.	4.1330	58.4	1590	Juni	27.8106	15.0
886	Sept.	2.2927	2 0.0	1622	Juli	27.9705	14.9
918	Oct.	2.4428	1.4	1654	Aug.	27.1304	14.8
950	Nov.	1.6127	2.8	1686	Sept.	26.2904	14.6
982	Dec.	1.7726	4.2	1718	Oct.	26.4504	14.4
1014	Dec.	31.9324	5.6	1750	Nov.	25.6102	13.8
1046	1906 Jan.	31.0923	6.8	1782	Dec.	25.7702	13.2
1078	März	2.2521	7.8	1814	1908 Jan.	24.9302	12.4
1110	April	1.4122	8.8	1846	Febr.	24.0901	11.6
1142	Mai	1.5719	9.6	1888	März	25.1501	10.6

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
1910	1908 April 24.4101	2^h $9^m.6$
1942	Mai 24.5701	8.6
1974	Juni 23.7301	7.4
2006	Juli 24.8901	6.4
2038	Aug. 23.0502	5.0
2070	Sept. 22.2102	3.4
2102	Oct. 22.3702	2.0
2134	Nov. 21.5302	0.6
2166	Dec. 21.6903	1 59.0
2198	1909 Jan. 20.8504	57.0
2230	Febr. 20.0104	55.0

Nr.	Zeit der Mitte der Finst.	Dauer
2262	1909 März 22.1705	1^h $52^m.8$
2294	April 21.3307	50.8
2326	Mai 21.4908	48.6
2358	Juni 20.6509	46.2
2390	Juli 20.8110	43.6
2422	Aug. 19.9712	40.6
2454	Sept. 19.1314	37.6
2486	Oct. 19.2916	34.4
2518	Nov. 18.4518	31.2
2550	Dec. 18.6119	27.8
2582	1910 Jan. 17.7721	24.0